

## اتحاد مزدوج

به نام خدا

در این قسمت میفوییم با هم اتحاد مزدوج رو یاد بگیریم. این اتحاد از بقیه اتحادها ساده تره 😊

عبارتهای زیر رو در نظر بگیرید:

$$= (\text{جمله دوم} + \text{جمله اول}) (\text{جمله اول} - \text{جمله دوم})$$

فصوصیات این عبارتهای چیه؟

۱. ترتیب جملات در هر دو پرانتز یکسانه

توی هر دو تا پرانتز جمله های اول با هم برابرین و جمله های دوم هم با هم

۲. علامت بین جملات در دو پرانتز با هم متفاوته

علامت بین جملات در پرانتز اول منفی و در پرانتز دوم مثبت

اگه جایی این دو تا فصوصیت رو همزمان داشتیم، طرف دوم تساوی به صورت

زیر میشه:

$$^2(\text{جمله دوم}) - ^2(\text{جمله اول}) = (\text{جمله دوم} + \text{جمله اول})(\text{جمله اول} - \text{جمله دوم})$$

توجه کنید که ترتیب جملات به همون صورتیه که در پرانتزها بود.

اگه علامت پرانتز اول منفی و علامت پرانتز دوم مثبت باشه، باز هم همین تساوی برقراره. یعنی مساله ای که مهمه اینه که علامت دو پرانتز متفاوت باشن.

حالا صورت ریاضی اتحاد مزدوج رو می نویسیم:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

اتحاد مزدوج

حالا بریم چند تا مثال حل کنیم:

$$\left(\frac{1}{4} - x\right)\left(\frac{1}{4} + x\right) =$$

آیا دو تا خصوصیت اتحاد مزدوج رو اینجا داریم؟ چک می کنیم.

آیا ترتیب جملات در هر دو پرانتز یکسانه؟ بله

آیا علامت بین جملات در دو پرانتز با هم متفاوته؟ بله

پس این اتحاد، اتحاد مزدوج هست.

جواب پی میشه؟ جمله اول به توان ۲ منهای جمله دوم به توان ۲.

جمله اول چیه؟  $\frac{1}{4}$

جمله دوم چیه؟  $x$

پس جواب برابر میشه با:

$$\left(\frac{1}{4} - x\right)\left(\frac{1}{4} + x\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - x^2 = \frac{1}{16} - x^2$$

مثال بعد:

$$(xy - z)(xy + z) =$$

آیا ترتیب جملات در هر دو پرانتز یکسانه؟ بله

آیا علامت بین جملات در دو پرانتز با هم متفاوته؟ بله

پس این اتحاد، اتحاد مزدوج هست.

جواب پی می‌شود؟ جمله اول به توان ۲ منهای جمله دوم به توان ۲.

جمله اول چه؟  $xy$

جمله دوم چه؟  $z$

پس جواب برابر همیشه با:

$$(xy - z)(xy + z) = (xy)^2 - z^2 = x^2y^2 - z^2$$

مثال بعد:

$$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) =$$

ابتدا دو تا پرانتز اول رو در هم ضرب می‌کنیم. اتحاد مزدوجه. بنابراین:

$$(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$$

این مقدار رو به جای دو تا پرانتز اول جاگذاری می‌کنیم:

$$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

همینطور که می‌بینیم باز هم یه اتحاد مزدوج تشکیل شده، پس داریم:

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^2)^2 - 1^2 = x^4 - 1$$

مثال بعد:

$$(z - \sqrt{3})(z + \sqrt{3}) =$$

شرایط اتحاد مزدوج رو داره، بنابراین جواب میشه: جمله اول به توان ۲ منهای جمله دوم به توان ۲

$$(z - \sqrt{3})(z + \sqrt{3}) = z^2 - (\sqrt{3})^2 = z^2 - 3$$

مثال بعد:

$$(3x + y - z)(3x + y + z) =$$

در نگاه اول ممکنه به نظر برسه که شرایط اتحاد مزدوج رو نداره ولی با کمی دقت می‌تونیم  $3x + y$  رو به عنوان جمله اول و  $z$  رو به عنوان جمله دوم در نظر بگیریم. در این صورت داریم:

$$(3x + y - z)(3x + y + z) = (3x + y)^2 - z^2$$

عبارت اول رو می‌تونیم با استفاده از اتحاد مربع، ساده کنیم:

$$(3x + y)^2 - z^2 = (3x)^2 + 2(3x)(y) + y^2 - z^2 = 9x^2 + 6xy + y^2 - z^2$$

مثال بعد:

$$(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4) =$$

اگه دو تا پرانتز اول رو با هم در نظر بگیریم، اتحاد مزدوج داریم که برابر میشه با:

$$(x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$$

حالا این مقدار رو جایگزین می‌کنیم:

$$(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4) = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

همینطور که می‌بینیم، باز هم به اتحاد مزدوج تشکیل شده بنابراین:

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x^2)^2 - 4^2 = x^4 - 16$$

تا اینجا ما از سمت چپ تساوی تونستیم سمت راست رو بنویسیم. برعکس این کار رو هم می‌تونیم انجام بدیم. یعنی از سمت راست استفاده کنیم و سمت چپ رو بنویسیم، یعنی در واقع می‌فوایم عبارت سمت راست رو تجزیه کنیم.

تجزیه به کمک اتحاد  
مزدوج

فرض کنید عبارت زیر رو داشته باشیم:

$$= (جمله اول)^2 - (جمله دو)^2$$

برای تجزیه این عبارت با توجه به مطالبی که بالا دیدیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱. دو تا پرانتز می‌نویسیم که در هم ضرب شدن:

( ) ( )

۲. توی یکی از پرانتزها علامت مثبت و توی یکی از پرانتزها علامت منفی

می‌نویسیم:

( + ) ( - )

۳. جمله اولی که به توان رسیده شده رو در ابتدای هر دو پرانتز می نویسیم:

( جمله اول + ) ( جمله اول - )

۴. جمله دومی که به توان رسیده شده رو در قسمت دو پرانتز می نویسیم:

( جمله دو + جمله اول ) ( جمله دو - جمله اول )

و اتحاد ما به این صورت تجزیه میشه.

توجه کنید که اتحاد مزدوج، رشته و آله یکی دوبار این مراحل رو انجام بدید کاملاً باهاش آشنا میشید و می تونید در همون مرحله اول بنویسیدش.

اتحاد زیر را تجزیه کنید:

$$(x + y)^2 - 9 =$$

آله ۹ رو به صورت  $3^2$  بنویسیم داریم:

$$(x + y)^2 - 9 = (x + y)^2 - 3^2$$

پس عبارت به صورت زیر شد:

$$( \text{جمله اول} )^2 - ( \text{جمله دو} )^2 =$$

جمله اول چیه؟  $x + y$

جمله دو چیه؟ ۳

گام به گام پیش میریم:

۱. دو تا پرانتز می‌نویسیم که در هم ضرب شدن:

$$( ) ( )$$

۲. توی یکی از پرانتزها علامت مثبت و توی یکی از پرانتزها علامت منفی

می‌نویسیم:

$$( + ) ( - )$$

۳. جمله اولی که به توان رسیده شده رو در ابتدای هر دو پرانتز می‌نویسیم:

$$(x + y + \quad)(x + y - \quad)$$

۴. جمله دومی که به توان رسیده شده رو در قسمت دو<sup>م</sup> پرانتز می‌نویسیم:

$$(x + y + 3)(x + y - 3)$$

اتحاد زیر را تجزیه کنید:

$$(xy)^2 - 36 =$$

اگه ۳۶ رو به صورت  $6^2$  بنویسیم داریم:

$$(xy)^2 - 36 = (x + y)^2 - 6^2$$

پس عبارت به صورت زیر شد:

$$(\text{جمله اول})^2 - (\text{جمله دو})^2 =$$

جمله اول چیه؟  $xy$

جمله دو<sup>م</sup> چیه؟  $6$

گام<sup>۴</sup> به گام<sup>۳</sup> پیش میریم:

۱. دو تا پرانتز می‌نویسیم که در هم ضرب شدن:

( ) ( )

۲. توی یکی از پرانتزها علامت مثبت و توی یکی از پرانتزها علامت منفی می‌نویسیم:

( + ) ( - )

۳. جمله اولی که به توان رسیده شده رو در ابتدای هر دو پرانتز می‌نویسیم:

(  $xy +$  ) (  $xy -$  )

۴. جمله دومی که به توان رسیده شده رو در قسمت دوم پرانتز می‌نویسیم:

(  $x + y + 6$  ) (  $x + y - 6$  )

به همین سادگی! ☺

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

[www.riazibaham.ir](http://www.riazibaham.ir)

و کانال‌های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam9](https://www.instagram.com/RiaziBaHam9)

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتدانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.